

27. Dado o ponto  $P = (x, y)$  do plano cartesiano, vamos definir  $P'$ , a matriz associada a  $P$ , como  $P' = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ . Sejam  $A$  um ponto da circunferência de equação  $x^2 + y^2 = 16$  e  $B$  o ponto cuja matriz associada  $B'$  é tal que  $B' = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot A'$ , em que  $A'$  é a matriz associada ao ponto  $A$ . Nessas condições, a área do triângulo com vértices nos pontos  $A$ ,  $B$  e  $O = (0, 0)$  é igual a
- (a) 16.                      (b) 8.                      (c) 4.                      (d) 2.                      (e) 1.

28. A respeito das matrizes  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$  e  $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$  são feitas três afirmações:

- I) O determinante da matriz  $A^n$  é igual a zero, para todo  $n$  inteiro positivo.  
 II) Existe uma matriz quadrada  $C$ , de ordem 2, tal que  $AC = B$ .  
 III) O determinante da matriz  $B^{2n}$  é igual a 1, para todo  $n$  inteiro positivo.

É correto concluir que

- (a) nenhuma das três afirmações é verdadeira.                      (d) apenas as afirmações II e III são verdadeiras.  
 (b) apenas as afirmações I e II são verdadeiras.                      (e) as três afirmações são verdadeiras.  
 (c) apenas as afirmações I e III são verdadeiras.

### Texto para as questões 29 e 30

A “loteria assimétrica” é um jogo em que os apostadores compram bilhetes numerados de 1 a  $n$  ( $n \geq 2$ ). Depois que todos os bilhetes são vendidos, uma máquina sorteia um número de 1 a  $n$ , sendo vencedor o apostador que tiver comprado o bilhete cujo número foi sorteado.

Os números, entretanto, não têm igual probabilidade de serem sorteados: a probabilidade de que um número seja sorteado é sempre diretamente proporcional a esse número. Por isso, para que a loteria assimétrica seja um jogo justo, os preços dos bilhetes não são todos iguais, mas são diretamente proporcionais às suas respectivas probabilidades de serem sorteados.

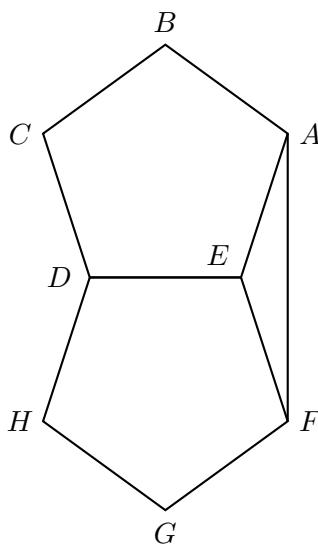
29. Considere nessa questão que  $n$  seja um múltiplo de 12. Se na loteria assimétrica o bilhete de número  $\frac{n}{4}$  custa R\$ 2,40, o preço, em reais, do bilhete de número  $\frac{5n}{6}$  deverá ser
- (a) 0,72.                      (b) 2,88.                      (c) 4,80.                      (d) 8,00.                      (e) 9,60.
30. Se uma pessoa comprar os bilhetes de número 1 e de número  $n$  na loteria assimétrica, a probabilidade de que seja a vencedora do jogo é
- (a)  $\frac{2}{n}$                       (b)  $\frac{2}{n+1}$                       (c)  $\frac{n}{n^2+2}$                       (d)  $\frac{1}{n^2+n}$                       (e)  $\frac{2}{n^2+n}$
31. A sequência  $(2009, a_2, a_3, a_4, \dots)$  é uma progressão aritmética de razão  $r$  ( $r > 0$ ) e a sequência  $(\frac{1}{2009}, b_2, b_3, b_4, \dots)$  é uma progressão geométrica de razão  $q$  ( $q > 0$ ). Para que exista um número inteiro e positivo  $n$  tal que  $b_n > a_n$ ,
- (a) é suficiente que se tenha  $q > r$ .  
 (b) é suficiente que se tenha  $r < \frac{1}{2009}$ .  
 (c) é necessário e suficiente que se tenha  $\frac{1}{2009} < r < 2009$ .  
 (d) é necessário que se tenha  $r < 2009 < q$ .  
 (e) é necessário que se tenha  $q > 1$ .

32. A taxa anual, em porcentagem, de um investimento que rendeu 60% em cinco anos é dada pela expressão  $(\sqrt[5]{1,6} - 1) \cdot 100$ . Considerando  $\log 2 = 0,30$  e utilizando os dados da tabela, pode-se concluir que essa taxa anual vale, aproximadamente,

$10^{0,040} \approx 1,10$
$10^{0,045} \approx 1,11$
$10^{0,050} \approx 1,12$
$10^{0,055} \approx 1,14$
$10^{0,060} \approx 1,15$

- (a) 10%.
- (b) 11%.
- (c) 12%.
- (d) 14%.
- (e) 15%.

33. Na figura a seguir, os pentágonos  $ABCDE$  e  $DEFGH$  são regulares, com lados medindo 1.



Se a área do triângulo  $AEF$  é igual a  $\mathcal{S}$ , então  $\cos 36^\circ$  vale

- (a)  $\frac{\sqrt{2 - \mathcal{S}}}{2}$ .
- (b)  $\frac{\sqrt{1 + \mathcal{S}}}{2}$ .
- (c)  $\frac{\sqrt{1 - 2\mathcal{S}^2}}{4}$ .
- (d)  $\sqrt{4 - \mathcal{S}^2}$ .
- (e)  $\sqrt{1 - 4\mathcal{S}^2}$ .

34. O logotipo mostrado a seguir aparece no canto dos cartões de visitas dos executivos de uma empresa.



Ele é formado por um triângulo retângulo com ambos os catetos medindo 2 cm e por um círculo inscrito nesse triângulo. A área, em  $\text{cm}^2$ , da parte escura do logotipo é igual a

- (a)  $2 - 6\pi + 4\pi\sqrt{2}$ .
- (b)  $2 - 12\pi + 9\pi\sqrt{2}$ .
- (c)  $2 - 10\pi + 8\pi\sqrt{2}$ .
- (d)  $2 - \frac{\pi}{4}$ .
- (e)  $2 - \frac{\pi\sqrt{2}}{6}$ .

35. Um polinômio não nulo  $P(x)$  é tal que, para todo  $x \in \mathbb{C}$ , tem-se  $P(ix) = -P(x)$ , em que  $i^2 = -1$ . Assim, o grau de  $P(x)$  é, necessariamente, um número da forma

- (a)  $4n$ , sendo  $n \in \mathbb{N}$ .                      (c)  $6n$ , sendo  $n \in \mathbb{N}$ .                      (e)  $6n + 4$ , sendo  $n \in \mathbb{N}$ .  
 (b)  $4n + 2$ , sendo  $n \in \mathbb{N}$ .                      (d)  $6n + 2$ , sendo  $n \in \mathbb{N}$ .

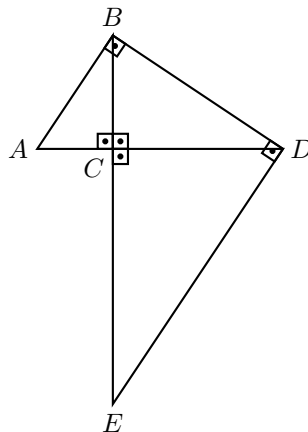
36. Uma loja fez uma grande liquidação de fim de semana, dando um determinado percentual de desconto em todos os seus produtos no sábado e o dobro desse percentual no domingo. No domingo, os cartazes que foram colocados na loja continham a seguinte frase:

Mais vantagem para você, hoje tudo está pela metade do preço de ontem.

Em relação ao preço dos produtos antes da liquidação, o preço praticado no domingo era igual a

- (a) um décimo.      (b) um oitavo.      (c) um quinto.      (d) um quarto.      (e) um terço.

37. Na figura, os ângulos  $\hat{A}CB$ ,  $\hat{B}CD$ ,  $\hat{D}CE$ ,  $\hat{A}BD$  e  $\hat{B}DE$  são todos retos. Além disso, as áreas dos triângulos  $ABC$ ,  $BCD$  e  $CDE$  formam, nessa ordem, uma progressão geométrica de razão  $\frac{9}{4}$ .



Se  $AC = 8$ , então a medida de  $\overline{CE}$  é

- (a) 91,125.      (b) 40,5.      (c) 36.      (d) 27.      (e) 18.

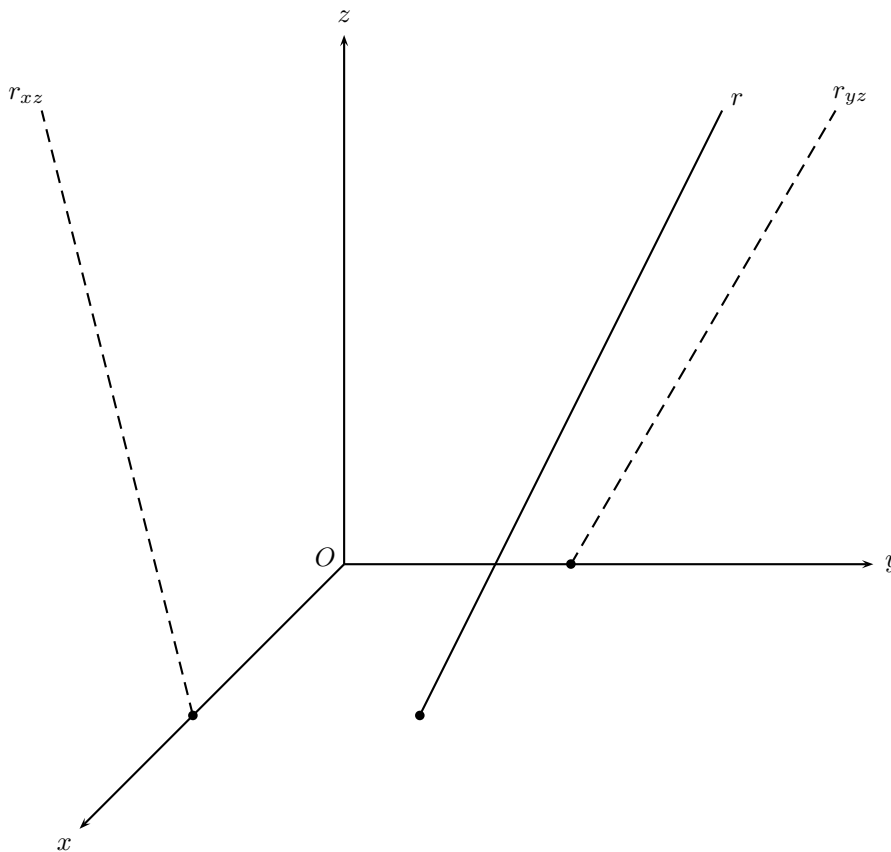
38. Uma construtora lançará no 2º semestre o projeto de três edifícios residenciais idênticos numa mesma cidade. Por isso, selecionou seis regiões da cidade com perfil para receber esse tipo de empreendimento. Considerando que uma mesma região poderá receber, no máximo, dois dos três lançamentos, o número de maneiras diferentes de distribuir esses lançamentos entre as seis regiões é igual a

- (a) 20.      (b) 30.      (c) 40.      (d) 50.      (e) 60.

39. As raízes da equação  $x^2 + 2009x + 2010 = 0$  são  $p$  e  $q$ . Então, uma equação que tem como raízes  $(p + 1)$  e  $(q + 1)$  é

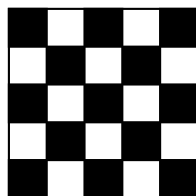
- (a)  $x^2 + 2007x + 2 = 0$ .  
 (b)  $x^2 + 2007x + 2008 = 0$ .  
 (c)  $x^2 + 2008x + 2009 = 0$ .  
 (d)  $x^2 + 2010x + 1 = 0$ .  
 (e)  $x^2 + 2010x + 2011 = 0$ .

40. A figura mostra um sistema de coordenadas cartesianas  $Oxyz$  no espaço, além de uma reta  $r$  e suas projeções ortogonais  $r_{xz}$ , sobre o plano  $Oxz$ , e  $r_{yz}$ , sobre o plano  $Oyz$ .



No plano cartesiano  $Oxz$ , a reta  $r_{xz}$  é representada pela equação  $z = 5x - 10$  e, no plano cartesiano  $Oyz$ , a reta  $r_{yz}$  é representada pela equação  $z = \frac{5y}{3} - 5$ . A reta  $r$  intercepta o plano  $Oxy$  no ponto de coordenadas

- (a)  $(5, 10, 0)$ .      (b)  $(5, 5, 0)$ .      (c)  $(3, 5, 0)$ .      (d)  $(3, 3, 0)$ .      (e)  $(2, 3, 0)$ .
41. O tabuleiro a seguir é usado para um jogo em que o jogador A, com as peças azuis, enfrenta o jogador V, com as peças vermelhas. Em cada rodada, ao chegar a sua vez, cada jogador deve ocupar, com peças da sua cor, no mínimo duas e no máximo seis casas do tabuleiro. À medida que se passam as rodadas, mais casas vão sendo ocupadas. O jogador que ocupar a última casa do tabuleiro com uma de suas peças perde o jogo, sendo o outro declarado vencedor.



Num determinado jogo, foram ocupadas, após a 1ª rodada, exatamente sete casas do tabuleiro. Nas duas rodadas seguintes, o jogador A, que sempre inicia cada rodada, irá ocupar  $x$  e  $y$  casas do tabuleiro, respectivamente. Assim, o jogador V certamente ganhará o jogo na 4ª rodada se ocupar, na 2ª e 3ª rodadas, respectivamente,

- (a)  $(6 - x)$  e  $(6 - y)$  casas.      (c)  $x$  e  $y$  casas.      (e)  $|x - y|$  e  $|x - y|$  casas.  
 (b)  $(8 - x)$  e  $(8 - y)$  casas.      (d)  $y$  e  $x$  casas.

42. Considere a seguinte propriedade da raiz quadrada:

Se  $a$  e  $b$  são dois números positivos tais que  $a < b$ , então  $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ .

Sendo  $x$  um número real, o menor valor e o maior valor que a expressão

$$\sqrt{-x^2 + 6x - 5}$$

pode assumir são, respectivamente, iguais a

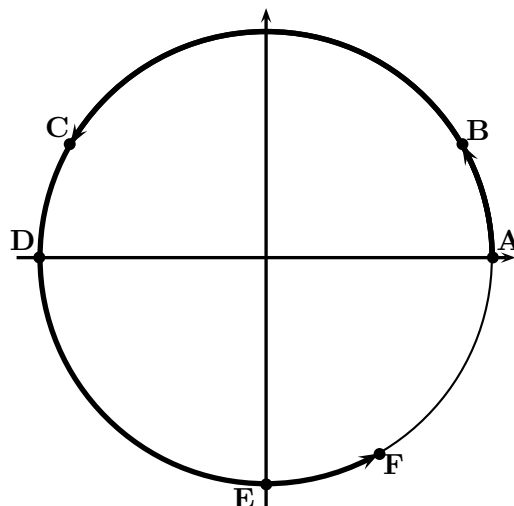
- (a) 0 e 2.                      (b) 0 e 4.                      (c) 0 e 16.                      (d) 2 e 4.                      (e) 2 e 16.

43. A figura abaixo representa a circunferência trigonométrica (cujo raio mede 1). As medidas dos arcos menores  $AB$ ,  $CD$  e  $EF$  são todas iguais a  $\frac{\pi}{6}$ . Se  $x$ ,  $y$  e  $z$  são números positivos e representam, respectivamente, as medidas dos arcos trigonométricos  $AB$ ,  $AC$  e  $AF$ , então

$$\text{sen}(x) + \text{sen}(y) + \text{sen}(z) + \cos(x) + \cos(y) + \cos(z)$$

é igual a

- (a)  $\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}$ .  
 (b)  $\frac{1}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}$ .  
 (c)  $\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ .  
 (d)  $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ .  
 (e)  $\frac{3}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}$ .

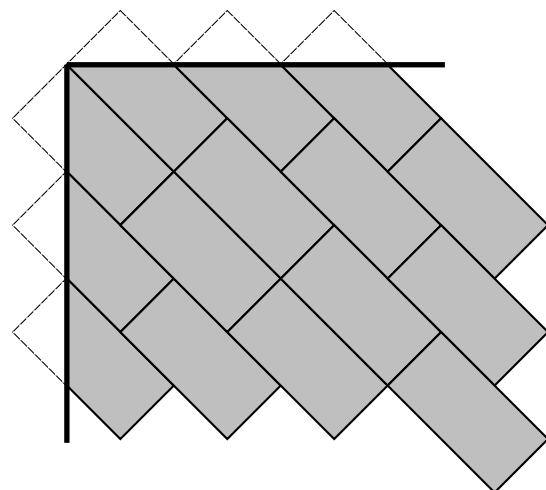


44. Uma sala retangular de  $7m$  por  $14m$  será recoberta por um piso de madeira, que será formado por tábuas retangulares de  $20cm$  por  $40cm$ . Por uma questão estética, os pisos serão colocados “na diagonal”, conforme ilustra a figura abaixo, de um dos cantos da sala.

Para recobrir toda a sala, será necessário cortar os cantos das tábuas que ficarão encostadas nas paredes, de modo que sobrarão diversos pedaços como os triângulos não sombreados indicados na figura. Se todos os pedaços que sobram forem congruentes, então a área total de madeira desperdiçada com estes cortes é aproximadamente igual a

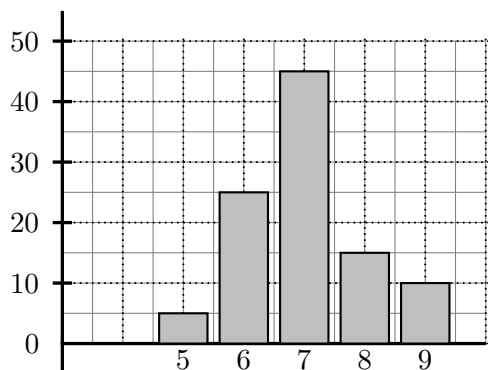
(Considere  $\sqrt{2} \cong 1,4$ .)

- (a)  $1,5m^2$ .  
 (b)  $2,0m^2$ .  
 (c)  $2,5m^2$ .  
 (d)  $3,0m^2$ .  
 (e)  $3,5m^2$ .

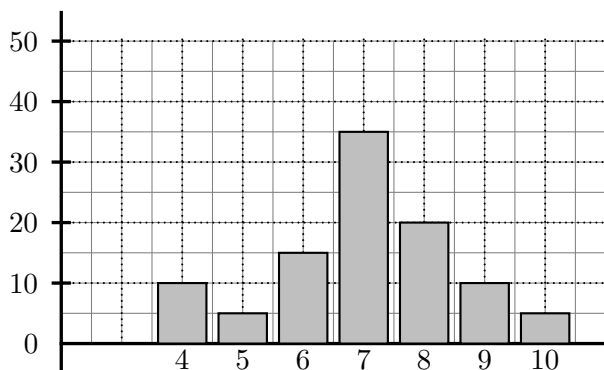




49. Os gráficos abaixo representam a distribuição das notas dos alunos de duas turmas (A e B) numa prova que todos realizaram. No eixo horizontal constam as notas e no eixo vertical a quantidade de alunos que tiraram cada nota.



Turma A



Turma B

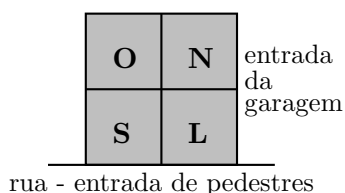
Considere que

- $m_A$  representa a média de todos os alunos da turma A;
- $m_B$  representa a média de todos os alunos da turma B;
- $M_A$  representa a média dos 25 alunos de maiores notas da turma A;
- $M_B$  representa a média dos 25 alunos de maiores notas da turma B.

Comparando as duas turmas, é correto afirmar que

- (a)  $m_A = m_B$  e  $M_A = M_B$ .      (c)  $m_A = m_B$  e  $M_A > M_B$ .      (e)  $m_A = m_B$  e  $M_A < M_B$ .  
 (b)  $m_A > m_B$  e  $M_A = M_B$ .      (d)  $m_A < m_B$  e  $M_A = M_B$ .

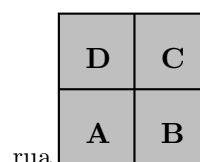
50. O prédio de uma grande loja de departamentos tem a forma de um cubo. As figuras a seguir apresentam três vistas do prédio, com as respectivas regiões em que se dividem.



Vista Superior  
(planta)



Vista frontal - da rua



Vista lateral - de frente  
para a entrada da garagem

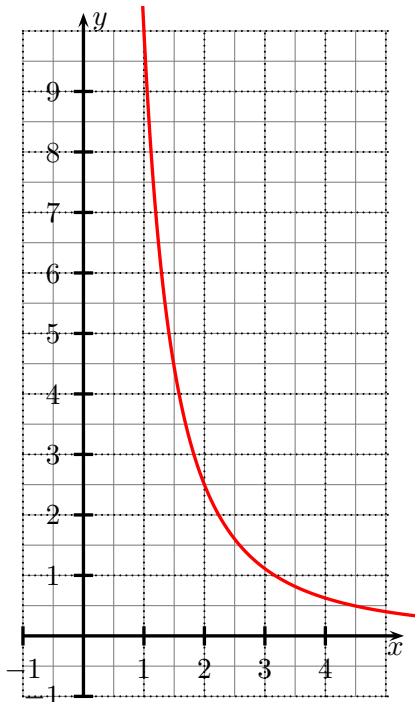
Dessa forma, o prédio se divide em 8 cubos menores, um por departamento. Para identificar o lugar de cada departamento, utiliza-se um código de três dígitos, de acordo com as quatro regiões estabelecidas em cada uma das vistas do prédio apresentadas na figura. Considere as seguintes descrições das localizações de dois departamentos:

- Entretenimento: de frente para a rua, no andar de cima, do lado da garagem.
- Roupas Infantis: na parte dos fundos, no andar de baixo, na lateral oposta à garagem.

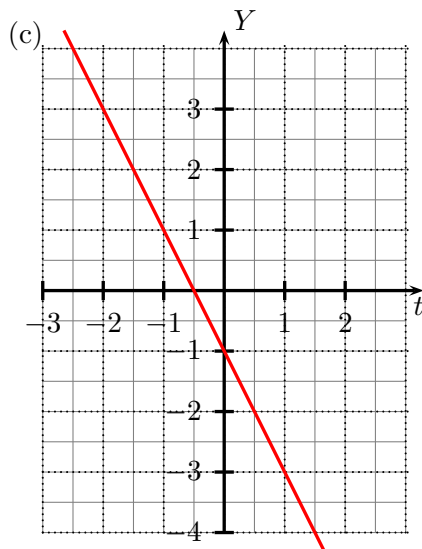
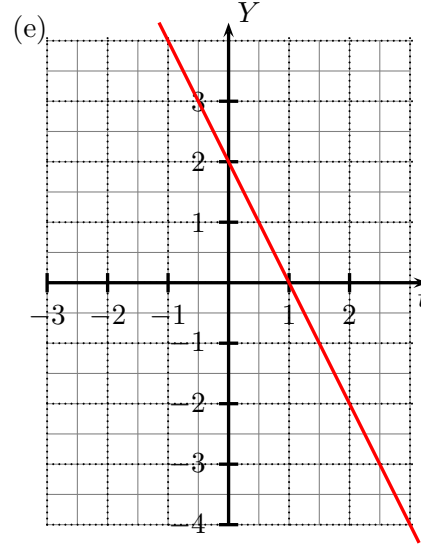
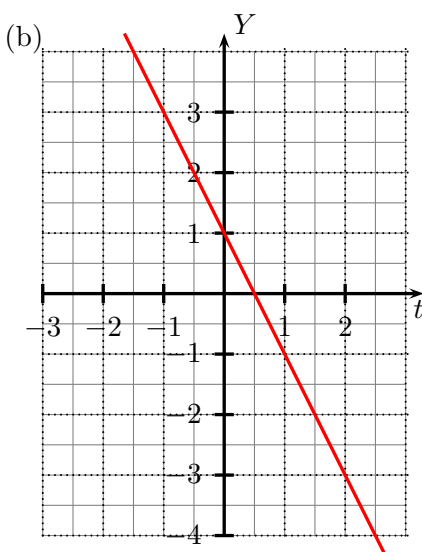
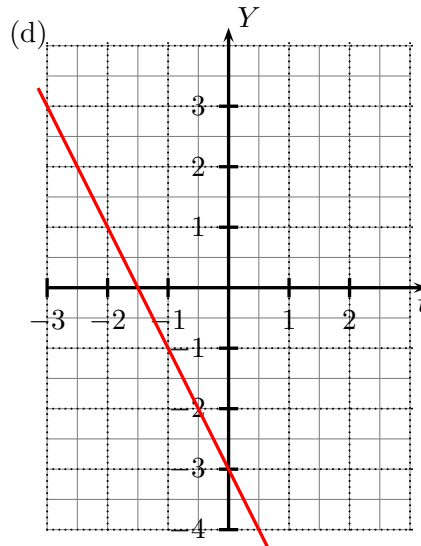
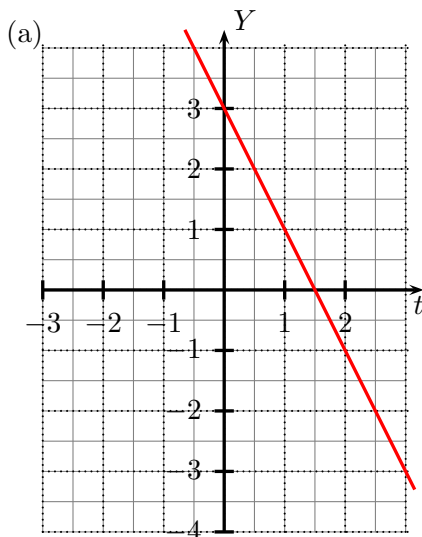
Dentre os códigos abaixo, aqueles que identificam mais precisamente a localização destes departamentos são, respectivamente,

- (a) S4D e N2B.      (b) S4D e O1B.      (c) L3D e N2B.      (d) L2A e O4C.      (e) L3D e O1B.

51. A figura representa o gráfico da função  $f(x) = \frac{10}{x^2}$ .

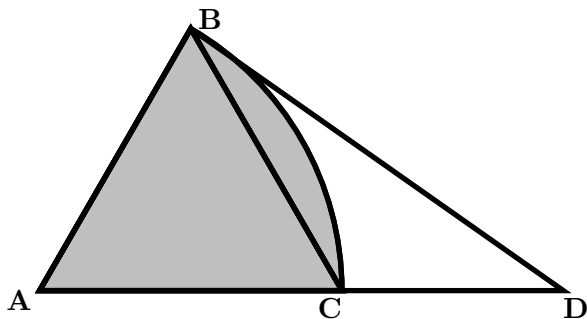


Gráficos deste tipo são muitas vezes convertidos para uma “escala logaritmica” para serem melhor compreendidos. Este procedimento consiste em fazer o gráfico de  $Y = \log_{10}[f(x)]$  contra  $t = \log_{10}(x)$ . A figura que melhor representa o gráfico de  $Y$  contra  $t$  é



52. Na figura:

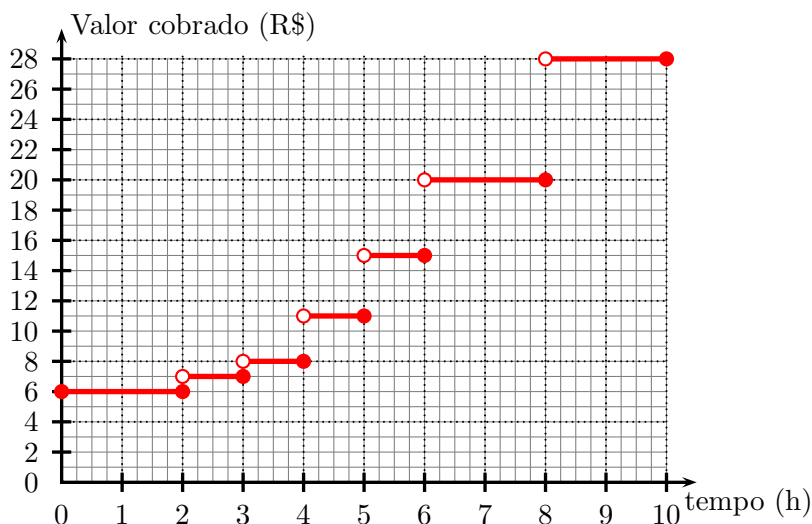
- o arco **BC** é parte de uma circunferência de raio 4 com centro em **A**;
- o ângulo **BÂD** mede  $60^\circ$ ;
- o ângulo **AÔB** mede  $30^\circ$ .



Se  $S_1$  representa a área do triângulo **ABC**,  $S_2$  representa a área do setor circular **ABC** (sombreado na figura) e  $S_3$  representa a área do triângulo **ABD**, então

- (a)  $S_2 = 2S_1$  e  $S_3 = 2S_2$ .
- (b)  $S_3 = 2S_1$  e  $S_3 - S_2 > S_1$ .
- (c)  $S_3 = 2S_1$  e  $S_3 + S_2 > 3S_1$ .
- (d)  $S_3 = 3S_1$  e  $S_3 + S_2 > 4S_1$ .
- (e)  $S_2 = \frac{2S_1}{3}$  e  $S_3 = \frac{3S_2}{2}$ .

53. O estacionamento de um *shopping* tarifa seus clientes pelo tempo que estacionam em suas garagens, de acordo com o gráfico.



Há também outros dois grandes estacionamentos na vizinhança:

- **Garagem Minuto's**: cobra R\$0,05 por minuto que o motorista deixa o carro;
- **Vipark**: cobra R\$5,00 se o cliente deixar o carro por meia hora, R\$10,00 se deixar mais do que meia-hora e não mais do que uma hora e R\$10,00 pela primeira hora mais R\$1,00 por hora adicional para quem deixa o carro mais do que uma hora.

Para um tempo máximo de dez horas de estacionamento, os intervalos de tempo em que o Vipark é mais barato do que os outros dois e que o estacionamento do *shopping* é mais barato do que os outros dois são, respectivamente,

- (a) acima de 6 e não mais do que 10 horas e acima de 2 horas e 20 minutos e não mais do que 5 horas.
- (b) acima de 5 e não mais do que 10 horas e acima de 2 horas e não mais do que 5 horas.
- (c) acima de 5 e não mais do que 10 horas e acima de 2 horas e 20 minutos e não mais do que 6 horas.
- (d) acima de 6 e não mais do que 10 horas e acima de 2 horas e não mais do que 5 horas.
- (e) acima de 6 e não mais do que 10 horas e acima de 2 horas e 20 minutos e não mais do que 6 horas.

54. Seja  $\Upsilon$  o conjunto de todos os números naturais positivos que não são pares nem divisíveis por três. Considere que:

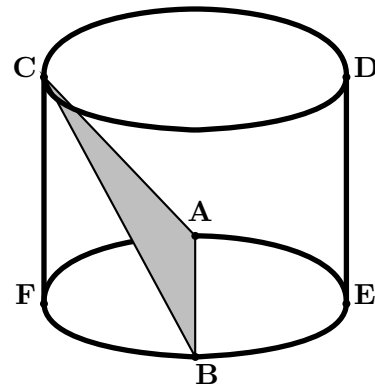
- $p$  é o menor número primo que pertence a  $\Upsilon$ ;
- $q$  é o terceiro menor quadrado perfeito de  $\Upsilon$ ;
- $r$  é o maior divisor de 2009 que pertence a  $\Upsilon$ .

Nessas condições, dentre os números abaixo, o único que pertence a  $\Upsilon$  é

- (a)  $p + q$ .                      (b)  $p + r$ .                      (c)  $q + r$ .                      (d)  $\frac{q-r}{p}$ .                      (e)  $p \cdot q \cdot r$ .

55. Na figura está representado um cilindro circular reto em que:

- o segmento  $\overline{CD}$  é um diâmetro da base superior;
- os segmentos  $\overline{AB}$  e  $\overline{EF}$  são diâmetros perpendiculares da base inferior;
- os pontos  $C, D, E$  e  $F$  são coplanares.



Se o triângulo  $ABC$  é equilátero e o segmento  $\overline{AE}$  mede  $2\text{cm}$ , então o volume do cilindro é igual a

- (a)  $\pi\text{cm}^3$ .                      (b)  $2\pi\text{cm}^3$ .                      (c)  $3\pi\text{cm}^3$ .                      (d)  $4\pi\text{cm}^3$ .                      (e)  $5\pi\text{cm}^3$ .

56. Considere o conjunto  $A = \{0, 1, \sqrt{2}, \pi, 4\}$ . Uma expressão que define uma função de  $A$  em  $A$  é

- (a)  $(x^2 - 2)\cos(x)\text{sen}(\pi x)$ .                      (c)  $(x^2 - 2)\text{sen}(x)\cos(\pi x)$ .                      (e)  $(x^2 - 2)\text{sen}(x)\text{sen}(\pi x)$ .  
 (b)  $(x^2 - 4)\text{sen}(x)\cos(\pi x)$ .                      (d)  $(x^2 - 4)\cos(x)\text{sen}(\pi x)$ .

57. Quando entrevistados por um grande jornal, três analistas proferiram as seguintes declarações, referindo-se a um período de determinado mês na economia:

- Analista 1:** Se o índice da bolsa de valores sobe, então o preço do dólar em reais cai.  
**Analista 2:** Se o preço do dólar em reais cai, então o saldo (%) da balança comercial diminui.  
**Analista 3:** Se o saldo (%) da balança comercial diminui, então o preço do barril de petróleo sobe.

Na mesma página em que publicou estas declarações o jornal apresentou o seguinte quadro, com dados sobre este mesmo período:

Mês	Passado	Atual
Preço do dólar em reais	R\$2,25	R\$2,30
Índice da bolsa de valores	42.500	39.750
Saldo da balança comercial	28%	23%
Preço do barril de petróleo	\$56	\$52

Se as informações do quadro são verdadeiras, então é(são) necessariamente falsa(s) apenas a(s) declaração(ões)

- (a) dos analistas 1 e 2.                      (c) do analista 1.                      (e) do analista 3.  
 (b) dos analistas 2 e 3.                      (d) do analista 2.

58. Um médico anotou os dias do mês em que trabalha num determinado hospital e no mesmo papel anotou os dias do mesmo mês em que sua esposa não trabalha neste mesmo hospital. Depois de manter o papel guardado no bolso por algum tempo, ao voltar a lê-lo, não conseguia se lembrar quais números anotados se referiam a ele ou a esposa. Ele sabia apenas que:

- se tratava de um mês de 30 dias cujo dia 1 era um sábado;
- havia 52 números anotados no papel.

É incorreto afirmar que, naquele mês,

- (a) ele trabalha no hospital pelo menos dois dias que caem no fim de semana.
- (b) é possível que ele não trabalhe no hospital em nenhuma segunda e em nenhuma terça.
- (c) a esposa trabalha no hospital em pelo menos um dia.
- (d) a esposa não trabalha no hospital em pelo menos doze dias que caem de segunda a sexta.
- (e) é impossível que a esposa trabalhe no hospital em todos os fins de semana.

59. Numa negociação, duas pessoas A (comprador) e B (vendedor), tem interesses opostos: A quer pagar o menor preço possível e B quer cobrar o maior preço possível. Por outro lado, A tem um preço máximo ( $P_A$ ) que ele estaria disposto a pagar e B tem um preço mínimo ( $P_B$ ) pelo qual ele venderia, mas A não conhece  $P_B$  e B não conhece  $P_A$ . Assuma que  $P_B < P_A$ . Na primeira rodada de negociação, B fala um preço  $p_1$  e A sempre responde que não paga aquele preço e procede da seguinte maneira:

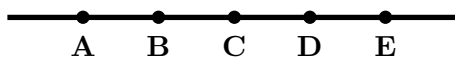
- se  $p_1 > P_A$ , então A apresenta como contra-proposta um preço  $p_2$  igual a  $p_1$  menos duas vezes a diferença entre  $p_1$  e  $P_A$ ;
- se  $p_1 = P_A$ , então A apresenta como contra-proposta um preço  $p_2$  igual à metade de  $p_1$ ;
- se  $p_1 < P_A$ , então A apresenta como contra-proposta um preço  $p_2$  igual a  $p_1$  menos metade da diferença entre  $P_A$  e  $p_1$ .

B inicia a segunda rodada não aceitando  $p_2$  e propondo um preço  $p_3$  igual à média entre  $p_1$  e  $p_2$ . Em seguida, A procede com  $p_3$  da mesma forma que procedeu com  $p_1$ , propondo um preço  $p_4$ , cuja média com  $p_3$  resulta em  $p_5$ , o preço que B propõe para iniciar a terceira rodada de negociação. E assim sucessivamente. Se os negociadores A e B procederem de acordo com o exposto acima iniciando com  $P_A = 16$ ,  $P_B = 8$  e  $p_1 = 24$ , então  $p_9$  será igual a

- (a) R\$8,50.
- (b) R\$9,75.
- (c) R\$11,00.
- (d) R\$12,25.
- (e) R\$13,50.

60. Dois jogadores (J e K) irão disputar o seguinte jogo:

- cada um deve marcar, na sua vez, um  $\times$  sobre um dos pontos da linha abaixo,
- ganha o jogo quem marcar um  $\times$  que forma, junto com outros dois que já estejam marcados, uma sequência de pelo menos três pontos consecutivos marcados com  $\times$ .



Se J começar o jogo, para que ele não dê a K chances de ganhar, J deve iniciar marcando um  $\times$  sobre o ponto indicado por

- (a) A.
- (b) B.
- (c) C.
- (d) D.
- (e) E.

Rascunho

Rascunho

Rascunho

Rascunho

Rascunho

Rascunho

Rascunho

Rascunho

Rascunho