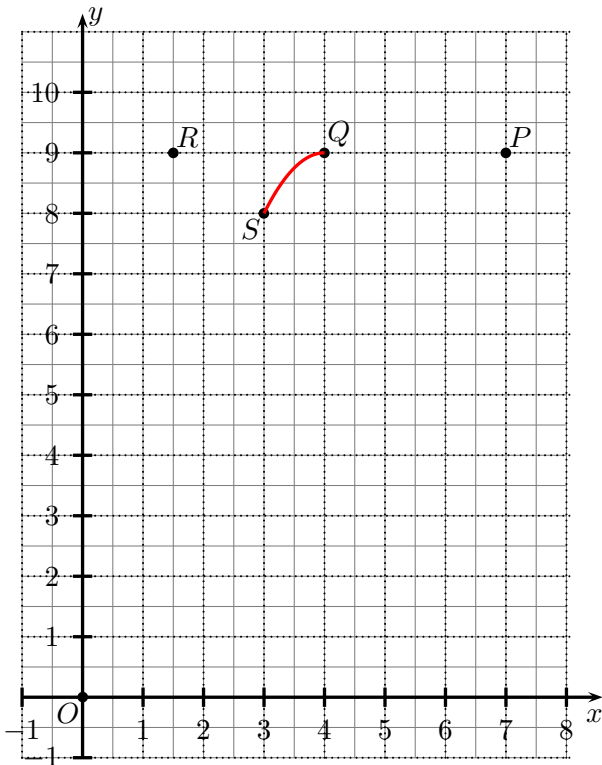


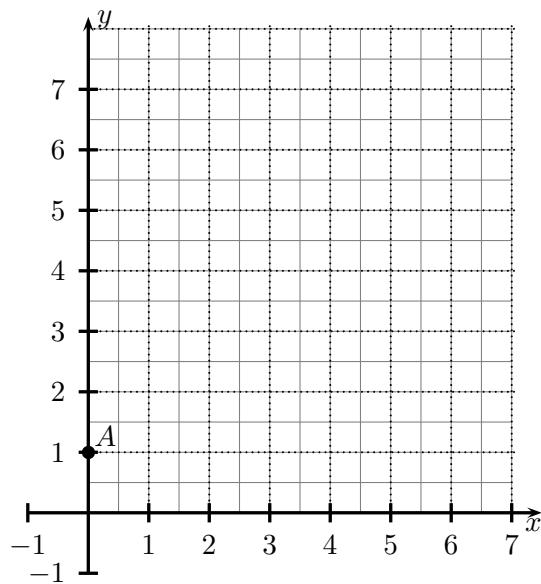
27.



O ponto Q da figura indica a posição de um avião que voa de P para R , no instante em que libera uma caixa com suprimentos que deverá cair no ponto O . Cada unidade do plano cartesiano corresponde a um quilômetro. A caixa descreve no ar a trajetória de uma parábola, com vértice sobre o ponto Q , no sistema de coordenadas apresentado. Se alguns instantes após o lançamento a caixa passar pelo ponto S indicado na figura, é correto afirmar que

- (a) irá cair um quilômetro para a esquerda do ponto O .
- (b) irá cair meio quilômetro para a esquerda do ponto O .
- (c) irá atingir exatamente o ponto O .
- (d) irá cair meio quilômetro para a direita do ponto O .
- (e) irá cair um quilômetro para a direita do ponto O .

28. Num show de patinação no gelo, o casal que se apresenta está inicialmente sobre o ponto A indicado na figura. Ambos partem de A ao mesmo tempo, o rapaz sobre a reta de equação $y = 1 + 0,5x$ e a moça sobre a reta de equação $y = 1 + 2x$, os dois no sentido dos valores positivos de x e y . Com velocidade maior, o rapaz se desloca sobre a reta até chegar no ponto de tangência de sua trajetória com a circunferência de equação $(x - 5)^2 + (y - 6)^2 = 5$. A partir daí, ele passa a patinar sobre o perímetro desta circunferência, a caminho do ponto em que sua nova trajetória tangencia a reta sobre a qual patina a sua parceira, onde ambos se encontram novamente. Neste plano cartesiano, a distância que foi percorrida pela moça nesta performance foi

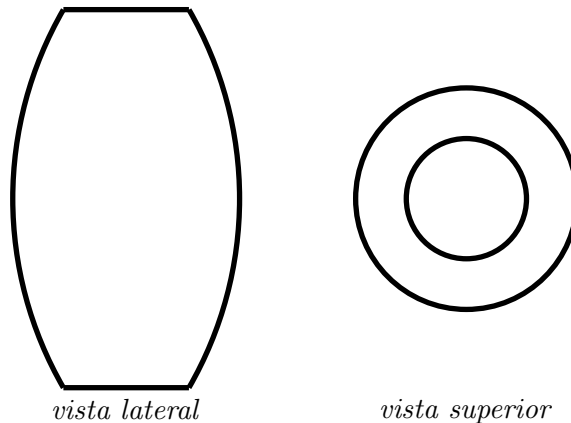


- (a) $2\sqrt{3}$.
- (b) $2\sqrt{5}$.
- (c) $3\sqrt{5}$.
- (d) $2\sqrt{6}$.
- (e) $3\sqrt{6}$.

29. 2010 é um número composto pelo produto de quatro números primos positivos distintos. Seja p o maior destes primos e n o menor inteiro maior do que 2010 que também é divisível por p . Sobre n , é correto afirmar que

- (a) é um número par.
- (b) é um número primo.
- (c) é um número composto pelo produto de apenas dois números primos distintos.
- (d) é um número composto pelo produto de apenas três números primos distintos.
- (e) é um número composto pelo produto de apenas cinco números primos distintos.

30. Na figura estão representadas a vista lateral e superior de um vaso. As duas circunferências que aparecem na vista superior são concêntricas e têm raios iguais a 10cm e 15cm.



Se a altura do vaso mede $\frac{525}{11}$ cm, o volume do vaso está entre (adote $\pi = \frac{22}{7}$)

- (a) 5,00 e 8,00 litros.
 (b) 9,00 e 12,25 litros.
 (c) 15,00 e 33,75 litros.
 (d) 35,00 e 50,00 litros.
 (e) 67,50 e 80,00 litros.
31. Em 2010, Miguel não pretende perder um único jogo de sábado do time para o qual torce. Ele já começou a se planejar para isso, estudando calendário, meteorologia, etc. Observou que, em 2010:

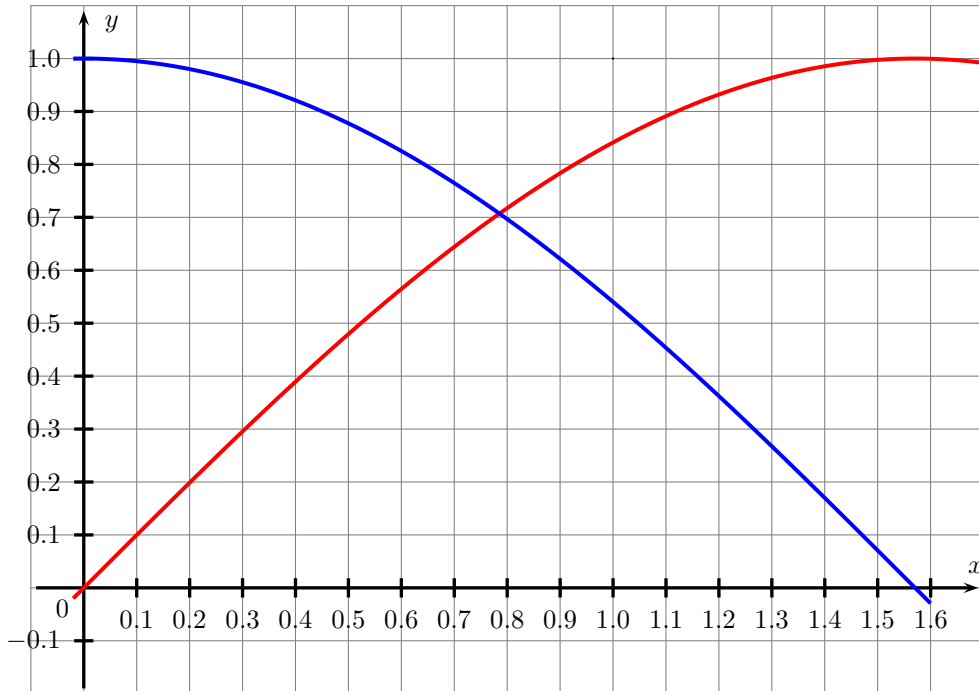
- o único dia da semana que ocorrerá 53 vezes é a 6a. feira;
- o time de Miguel irá jogar em 20 sábados;
- A meteorologia prevê que vai chover em 21 sábados no ano.

Cruzando as previsões meteorológicas com as datas dos jogos, Miguel percebeu também que deverá chover em apenas metade dos sábados de 2010 em que seu time não irá jogar. Considerando que as previsões meteorológicas se confirmem, selecionando aleatoriamente um dos dias de jogo do time de Miguel em 2010, a probabilidade de **não chover** neste dia é de

- (a) 25,0%. (b) 37,5%. (c) 50,0%. (d) 62,5%. (e) 75,0%.
32. No campeonato brasileiro de futebol, cada equipe realiza 38 jogos, recebendo, em cada partida, 3 pontos em caso de vitória, 1 ponto em caso de empate e nenhum ponto em caso de derrota. Considere que uma equipe participante do campeonato já tenha realizado J jogos ($0 \leq J \leq 38$), tendo acumulado um total de P pontos. Se o número de jogos que essa equipe empatou é igual ao número de partidas em que foi derrotada, então ela já venceu

- (a) $\frac{2P-J}{5}$ jogos.
 (b) $\frac{3P-J}{4}$ jogos.
 (c) $\frac{P+3J}{4}$ jogos.
 (d) $\frac{3P-2J}{3}$ jogos.
 (e) $\frac{P+J}{3}$ jogos.

33. Na figura a seguir, estão representadas partes dos gráficos das funções $f(x) = \text{sen } x$ e $g(x) = \text{cos } x$.



A partir dos gráficos, é correto concluir que a menor solução positiva da equação

$$\cos(2 \text{sen } x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

vale aproximadamente

- (a) 0,2. (b) 0,3. (c) 0,4. (d) 0,5. (e) 0,6.

34. Numa cidade, há apenas três fiscais responsáveis pelo exame para obtenção da carteira de motorista (A, B e C). Cada candidato é examinado por um único fiscal, a menos que este tenha alguma dúvida. Neste caso, o exame é repetido pelo fiscal A, que é o mais experiente. Na tabela a seguir, são dadas as taxas de aprovação históricas dos três fiscais.

Fiscal	Aprovados	Reprovados	Dúvida (encaminhados ao fiscal A)
A	50%	50%	—
B	45%	5%	50%
C	60%	30%	10%

Um grupo de pessoas se submeterá ao exame na próxima semana, não sendo possível saber, para um candidato qualquer, qual fiscal será o responsável pelo exame. Considerando que as séries históricas da tabela se mantenham, pode-se concluir que serão aprovados

- (a) no mínimo 45% e no máximo 60% dos candidatos.
 (b) no mínimo 50% e no máximo 60% dos candidatos.
 (c) no mínimo 50% e no máximo 65% dos candidatos.
 (d) no mínimo 50% e no máximo 70% dos candidatos.
 (e) no mínimo 65% e no máximo 70% dos candidatos.

35. Os oito elementos que estão faltando na sequência de números inteiros

$$(1, \underline{??}, \underline{??}, \underline{??}, \underline{??}, \underline{??}, \underline{??}, \underline{??}, \underline{??}, 10)$$

serão escolhidos respeitando-se os seguintes critérios:

- todo elemento da sequência obtida, a partir do segundo, será maior ou igual ao elemento imediatamente anterior;
- haverá um único elemento repetido na sequência, isto é, dentre os seus dez elementos haverá exatamente nove números inteiros diferentes.

Nessas condições, o número de maneiras distintas de escolher estes oito elementos é igual a

- (a) 54.
- (b) 56.
- (c) 64.
- (d) 70.
- (e) 72.

36. Em uma indústria, há duas chaminés com a forma de cilindros circulares retos, de bases inferiores horizontais e coplanares, por onde são eliminados gases não poluentes. Em relação a um sistema de coordenadas cartesianas, em que a unidade adotada foi o metro, os centros das bases inferiores das duas chaminés são dados, respectivamente, por $(0, 0, 0)$ e $(12, 9, 0)$. Se a distância entre os centros das bases superiores das duas chaminés é 17 m, então a altura da chaminé mais alta supera a altura da mais baixa em

- (a) 5 m.
- (b) 8 m.
- (c) 10 m.
- (d) 12 m.
- (e) 15 m.

37. Ao dividir o polinômio $A(x)$, que possui grau 4 e coeficientes reais, pelo polinômio $B(x) = x^3 - 4x$, obtém-se quociente $Q(x)$ e resto $R(x)$. Sabe-se que 2 é uma raiz de $R(x)$. Assim, sendo n o número total de raízes reais de $A(x)$, conclui-se que o conjunto de todos os valores que n pode assumir é

- (a) $\{0, 2, 4\}$.
- (b) $\{0, 2\}$.
- (c) $\{0, 4\}$.
- (d) $\{2, 4\}$.
- (e) $\{4\}$.

38. Seja \mathcal{A} o conjunto de todas as matrizes de ordem 2 da forma $\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}$, em que x, y, z, w são elementos do conjunto $\{0; 1\}$. Escolhendo ao acaso uma matriz do conjunto \mathcal{A} , a probabilidade de que seu determinante seja zero é igual a

- (a) $\frac{1}{2}$.
- (b) $\frac{5}{8}$.
- (c) $\frac{3}{4}$.
- (d) $\frac{7}{8}$.
- (e) 1.

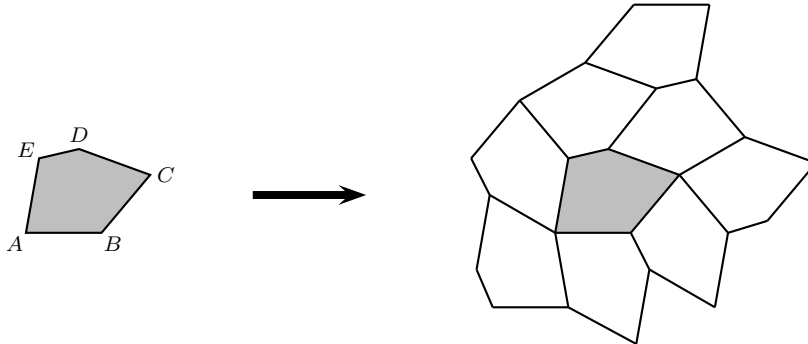
39. Leia o texto a seguir.

Suponha que você disponha de uma quantidade infinita de cópias de uma determinada forma geométrica. Se for possível encaixá-las, sem falhas ou sobreposição, de modo que o plano seja todo coberto por elas, dizemos que essa forma geométrica **pavimenta** o plano.

No ano de 1968, o problema de pavimentar o plano com pentágonos convexos idênticos parecia resolvido: aparentemente, apenas oito tipos de pentágonos convexos possuíam essa propriedade. Porém, um acontecimento surpreendente causou uma reviravolta no problema. Uma dona de casa americana, *Marjorie Rice*, cuja formação matemática limitava-se àquela obtida no ensino médio, tomou conhecimento do assunto em uma revista de divulgação científica e descobriu, entre 1976 e 1977, quatro novos tipos de pavimentações do plano usando pentágonos convexos.

Texto adaptado de: DUTENHEFER, F. e CASTRO, R. *Uma história sobre pavimentações do plano euclidiano: acertos e erros*. Revista do Professor de Matemática - número 70.

A figura abaixo mostra um dos tipos de pavimentação do plano descoberto por Marjorie Rice.

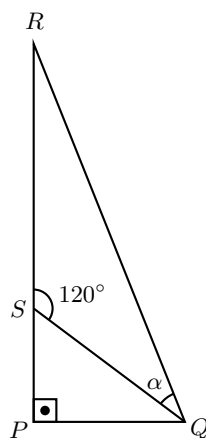


Nesse caso, o pentágono convexo $ABCDE$ satisfaz as seguintes condições:

- $EA = AB = BC = CD$
- $2\hat{E} + \hat{B} = 360^\circ$
- $2\hat{D} + \hat{C} = 360^\circ$

Observando-se a figura da pavimentação, pode-se concluir que esse pentágono também satisfaz a condição

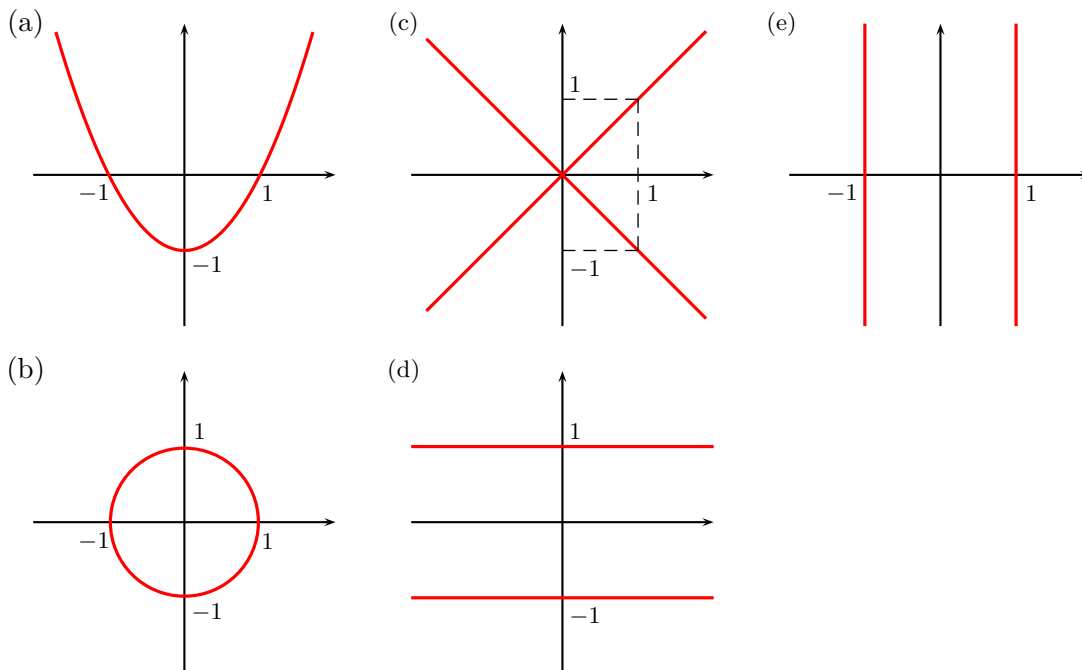
- | | |
|--|---|
| (a) $2\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 360^\circ$. | (d) $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ$. |
| (b) $\hat{A} + 2\hat{B} + \hat{C} = 360^\circ$. | (e) $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{E} = 360^\circ$. |
| (c) $\hat{A} + \hat{B} + 2\hat{C} = 360^\circ$. | |



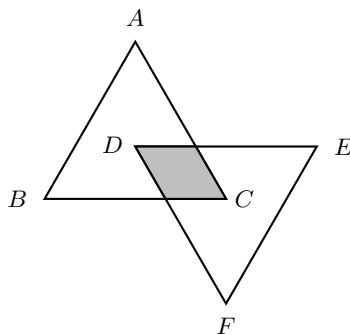
40. No triângulo PQR , retângulo em P , $PR = 12$ e $PQ = \sqrt{3}$. O ponto S , pertencente ao lado \overline{PR} , é tal que o ângulo $R\hat{S}Q$ mede 120° . Assim, sendo α a medida do ângulo $S\hat{Q}R$, o valor de $\text{sen } \alpha$ é

- (a) $\frac{7}{10}$.
- (b) $\frac{9}{11}$.
- (c) $\frac{7}{12}$.
- (d) $\frac{12}{13}$.
- (e) $\frac{11}{14}$.

41. Dada uma constante real k , considere a equação $x^2 - 2kx + k^2 + 1 = 0$, na variável x . Para cada valor de k , a equação foi resolvida e suas soluções foram plotadas no plano complexo de Argand-Gauss. Dentre as alternativas abaixo, aquela que mais se assemelha à figura obtida é



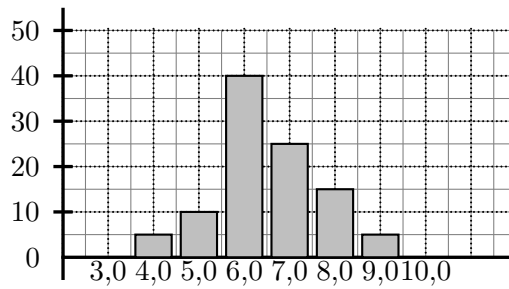
42. Na figura a seguir, ABC e DEF são triângulos equiláteros, ambos de área S .



O ponto D é o baricentro do triângulo ABC e os segmentos \overline{BC} e \overline{DE} são paralelos. A área da região sombreada na figura é

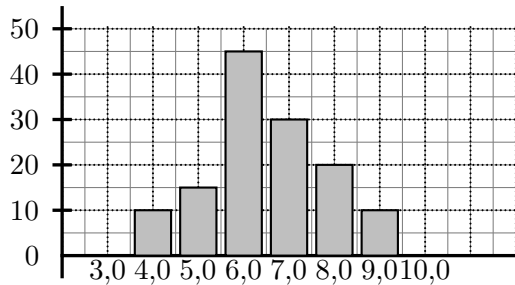
- (a) $\frac{S}{9}$.
- (b) $\frac{S}{8}$.
- (c) $\frac{S}{6}$.
- (d) $\frac{2S}{9}$.
- (e) $\frac{3S}{8}$.

43. O gráfico abaixo representa as notas de um grupo de alunos em uma prova de matemática. A altura de cada barra corresponde à quantidade de alunos que obteve a nota indicada na base da respectiva barra.

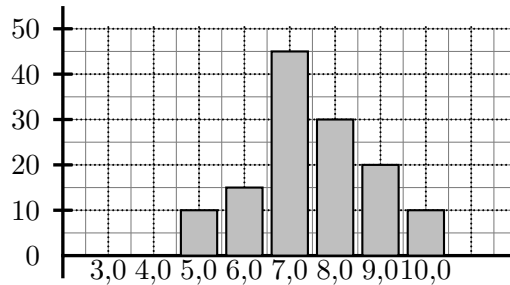


Numa prova de português, a média dos mesmos alunos foi um ponto maior do que a média nessa prova de matemática. Dos gráficos a seguir, aquele que pode representar as notas de português é

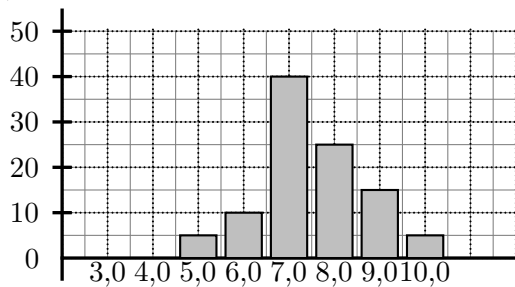
(a)



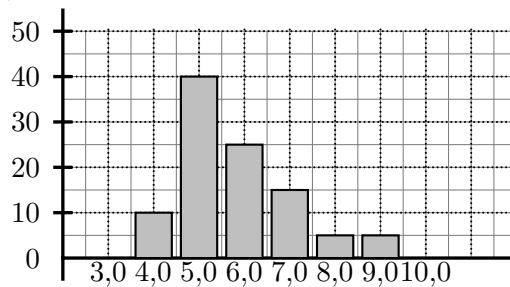
(b)



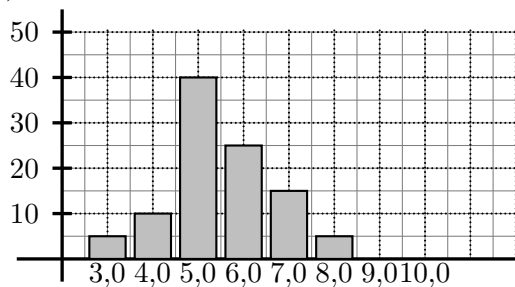
(c)



(d)



(e)



44. Num certo dia de inverno, exatamente às 4h40min, horário em que abre uma determinada estação do metrô de São Paulo, chega um único passageiro para acessar o metrô por esta estação. O próximo passageiro chega sozinho 48min depois, e o passageiro seguinte chega também solitário 16min após o segundo. E assim sucessivamente, os passageiros chegam um a um, sempre um tempo depois do anterior igual a um terço do tempo entre este e aquele que o antecedeu. Em algum momento, o intervalo de tempo entre dois passageiros consecutivos será tão curto, que estarão chegando praticamente juntos. O horário limite para que isto aconteça é

(a) 5h08min (b) 5h30min. (c) 5h52min. (d) 6h14min. (e) 6h36min.

45. Para diminuir as enchentes, a prefeitura de uma cidade irá ampliar os acessos da água da chuva ao sistema subterrâneo de escoamento que já existe na região. Para isso, serão instalados ralos de forma circular vazados por diversos orifícios também de forma circular. Três projetos para os ralos foram apresentados:

Projeto A: ralos de raio R , com n orifícios de raio $4r$;

Projeto B: ralos de raio R , com $4n$ orifícios de raio r ;

Projeto C: ralos de raio $2R$, com $2n$ orifícios de raio $2r$;

sendo R e r números reais e n um inteiro positivo tais que qualquer um dos projetos A , B ou C é fisicamente possível. Se S_A , S_B e S_C representam, respectivamente, as áreas totais abertas para passagem da água nos ralos dos projetos A , B e C , então

(a) $S_A > S_B = S_C$. (c) $S_A > S_C > S_B$. (e) $S_A = S_B = S_C$.
 (b) $S_A = S_C > S_B$. (d) $S_A > S_B > S_C$.

46. Sejam a , b , K e R números maiores do que 1, sendo $a \neq b$ e $K \neq R$. O ponto de encontro dos gráficos das funções $f(x) = Ka^x$ e $g(x) = Rb^x$ tem abscissa igual a

(a) $\log_{\frac{b}{a}} \frac{K}{R}$.

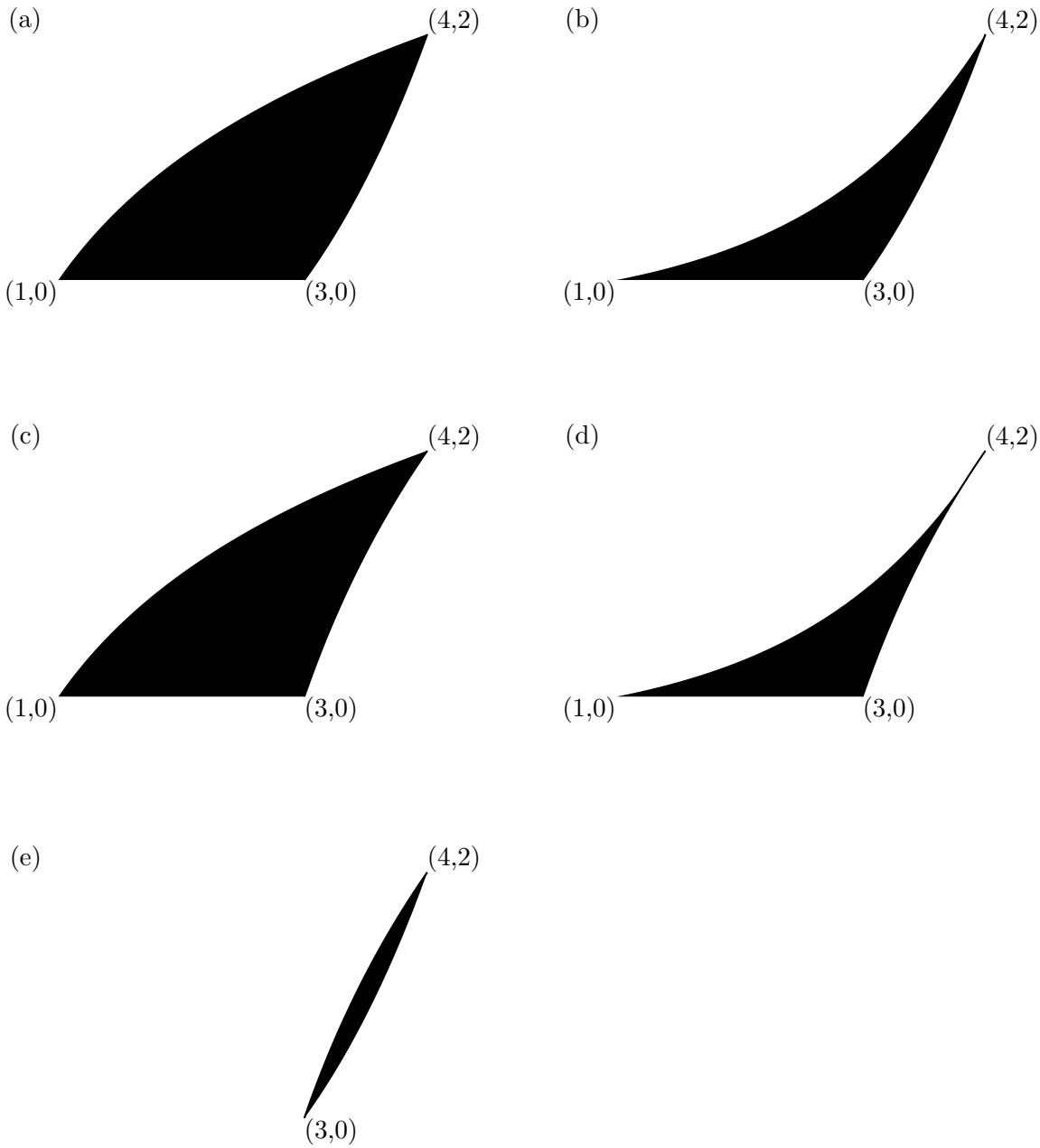
(b) $\sqrt[b/a]{\frac{K}{R}}$.

(c) $\left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{K}{R}}$.

(d) $\frac{K - R}{b - a}$.

(e) $\frac{aK + bR}{a + b}$.

47. Considere a região do plano cartesiano delimitada pelo gráfico da função $f(x) = 2^{x-2} - 2$, pelo gráfico da função $g(x) = \log_2(x)$ e pelo eixo Ox . A figura que melhor representa o formato desta região é



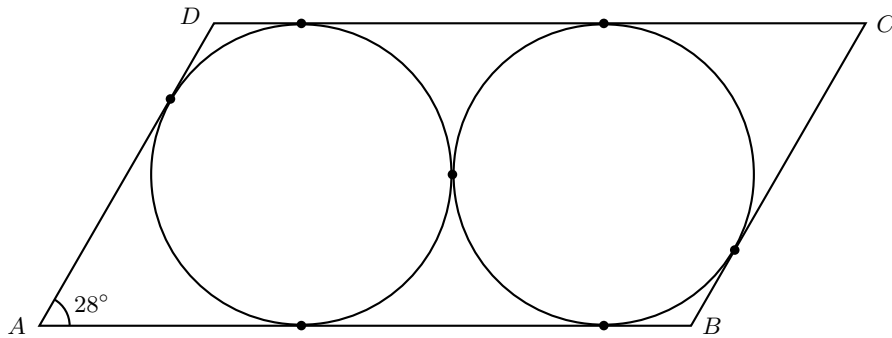
48. Considere a seguinte função:

$$f(x) = \begin{cases} 2x & \text{se } 0 < x < 2 \\ 4 & \text{se } 2 \leq x \leq 10 \\ 4x - 36 & \text{se } 10 \leq x \leq 12 \end{cases}$$

Colocando-se num mesmo plano a reta de equação $y = 0,6x + 1,4$ e o gráfico de $f(x)$, formam-se dois triângulos. A diferença entre a área do maior triângulo e a área do menor triângulo é igual a

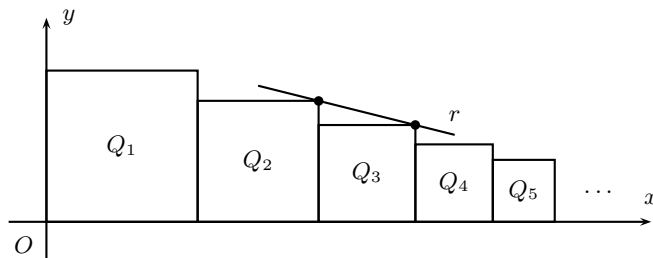
- (a) 6. (b) 7. (c) 8. (d) 9. (e) 10.

51. Na figura, feita fora de escala, as duas circunferências, ambas de raio r , são tangentes entre si e tangenciam os lados do paralelogramo $ABCD$ nos pontos indicados. O ângulo $B\hat{A}D$ mede 28° .



Assim, considerando que $\text{tg}76^\circ = 4$, conclui-se que a área do paralelogramo $ABCD$ vale

- (a) $\frac{25r^2}{2}$. (b) $\frac{25r^2}{4}$. (c) $\frac{16r^2}{5}$. (d) $10r^2$. (e) $20r^2$.
52. A figura mostra uma sequência infinita de quadrados $(Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_n, \dots)$ do plano cartesiano.



Sabe-se que:

- o lado do quadrado Q_1 mede 1;
- as medidas dos lados dos quadrados Q_1, Q_2, Q_3, \dots formam, nessa ordem, uma progressão geométrica de razão positiva q ;
- a reta r , que passa pelos vértices dos quadrados Q_2 e Q_3 assinalados na figura, intercepta o eixo das abscissas no ponto $(\frac{9}{2}; 0)$.

Nessas condições, q é igual a

- (a) $\frac{7}{9}$. (b) $\frac{7}{8}$. (c) $\frac{5}{7}$. (d) $\frac{5}{6}$. (e) $\frac{3}{5}$.
53. Uma cantora compôs 25 músicas para seu novo álbum. Entretanto, somente podem ser gravadas no CD 14 músicas. Além disso, ela pode escolher outras 6 que não forem gravadas no CD para deixar no site oficial do álbum como faixas bônus. Desconsiderando a ordem em que as músicas serão gravadas no CD e a ordem em que aparecerão no site, a quantidade de maneiras distintas que ela pode escolher quais irão para o CD, quais irão para o site e quais ficarão de fora é

- (a) $\frac{20!}{11! \cdot 6! \cdot 5!}$. (b) $\frac{20!}{14! \cdot 11! \cdot 6!}$. (c) $\frac{25!}{11! \cdot 6! \cdot 5!}$. (d) $\frac{25!}{20! \cdot 11! \cdot 6!}$. (e) $\frac{25!}{14! \cdot 6! \cdot 5!}$.

54. Numa noite das férias escolares, Leo, Gil e Bia disputaram diversas partidas de um jogo pela internet. Em cada partida, apenas um deles fazia a jogada inicial, os três disputavam, mas apenas um ganhava, sem empates. Eles combinaram que o vencedor da noite seria aquele que acumulasse três partidas ganhas. Foi uma noite bastante competitiva, dado que:

- I. Ninguém que tenha feito a jogada inicial de uma partida, o que conferia vantagem ao jogador que o fizesse, conseguiu ganhar a respectiva partida.
- II. Leo fez a primeira jogada inicial, depois foi a vez de Gil, seguido de Bia, voltando a Leo e repetindo-se esta sequência até alguém ser o vencedor da noite.
- III. O ganhador da primeira partida não conseguiu ser o vencedor da noite.
- IV. Ninguém conseguiu ganhar duas partidas consecutivas.

Conclui-se corretamente das informações acima que

- (a) Gil ganhou a terceira partida e foi o vencedor da noite.
- (b) Bia ganhou a segunda partida e foi a vencedora da noite.
- (c) Leo ganhou a terceira partida e foi o vencedor da noite.
- (d) Gil não ganhou a primeira partida e não foi o vencedor da noite.
- (e) Bia não ganhou a quarta partida e não foi a vencedora da noite.

55. Numa família, tem-se os seguintes parentescos:

- João é avô de Tiago e de Felipe, mas não de Jorge.
- Antonio é avô de Felipe e de Jorge, mas não de Tiago.
- Tiago, Jorge e Felipe são filhos únicos.
- Antonio e João têm apenas dois filhos cada um.

Sabendo-se que Daniela e Reinaldo são tios consanguíneos de Felipe, é correto afirmar que, necessariamente,

(Considere que tio ou tia consanguíneo de uma pessoa é aquele ou aquela que é irmão ou irmã de um dos pais da pessoa. Esposas e maridos de tios consanguíneos não se incluem nesta categoria.)

- (a) Daniela é mãe de Jorge e tia consanguínea de Tiago.
- (b) Se Reinaldo é pai de Jorge, então Daniela é mãe de Tiago.
- (c) Se Daniela não é mãe de Jorge, então é filha de Antonio.
- (d) Reinaldo e Daniela são irmãos.
- (e) Reinaldo e Daniela têm o mesmo parentesco com Jorge.

56. Numa festa:

Seguem-se necessariamente de (A1), (A2) e (A3)

- | | |
|--|----------------------|
| (A1) Rita viu todos que não viram Teo e mais ninguém. | (a) apenas I. |
| (A2) Teo viu todos que não viram Rita e mais ninguém. | (b) apenas II. |
| (A3) Cris viu todas as pessoas que viram Rita e viram Teo. | (c) apenas III. |
| | (d) apenas I e II. |
| | (e) apenas II e III. |

Considere as seguintes afirmações:

- I. Se Cris viu Teo, então não viu Rita.
- II. Se Teo e Rita viram Robson, então Robson não os viu.
- III. Cris viu Teo e Rita, mas não se viu.

57. Dois irmãos gêmeos, Gilberto e Roberto, apesar de fisicamente idênticos, têm uma característica que os diferencia: um deles sempre fala a verdade, enquanto o outro sempre mente. Uma pessoa precisa descobrir qual deles é Gilberto, fazendo uma única pergunta a apenas um dos dois irmãos, que deverá responder com somente uma dentre duas palavras: **sim** ou **não**. Nessas condições, dentre as perguntas abaixo, a única que, respondida por qualquer um dos dois irmãos, permite identificar quem é Gilberto é

- (a) “Você é Gilberto?”.
- (b) “Seu irmão gêmeo se chama Gilberto?”.
- (c) “O Brasil fica na América do Sul?”.
- (d) “Gilberto é mentiroso?”.
- (e) “O Brasil fica na Europa?”.

58. A função f , de domínio real, é dada pela lei

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 5, & \text{se } x \in \mathbb{Q} \\ 3^x, & \text{se } x \notin \mathbb{Q} \end{cases},$$

em que \mathbb{Q} representa o conjunto dos números racionais. O número total de soluções reais da equação $f(x) = 7$ é

- (a) 4.
- (b) 3.
- (c) 2.
- (d) 1.
- (e) 0.

59. Em um campeonato de futebol, foram realizadas mais de 300 partidas. Em 60% dessas partidas, não foram marcados gols no 1º tempo. Já em 40% delas, não foram marcados gols no 2º tempo. Nessas condições, é correto afirmar que, necessariamente,

- (a) o placar de nenhuma das partidas foi 0×0 .
- (b) a média de gols marcados foi de, no mínimo, 1 gol por partida.
- (c) o total de gols marcados no 2º tempo foi maior do que o total de gols marcados no 1º tempo.
- (d) não foram marcados mais do que 5 gols em uma mesma partida.
- (e) em pelo menos uma partida, foram marcados gols tanto no 1º quanto no 2º tempo.

60. Leia o texto a seguir.

Fifa aprova fim do sistema de rodízio para Copa do Mundo

ZURIQUE (Suíça) - O Comitê da Federação Internacional de Futebol (Fifa) aprovou nesta segunda-feira (29) o fim do sistema de rodízio de continentes para a Copa do Mundo.

A partir de 2018, será escolhido o país que apresentar o melhor projeto para a realização do mundial. Porém, ficam de fora da disputa os continentes que sediaram jogos dos dois últimos mundiais. Assim, estarão descartadas para 2018 as candidaturas de países da África e da América do Sul, já que estes continentes sediarão as Copas de 2010 e 2014, respectivamente.

Fonte: <http://www.ipcdigital.com/br/Espportes> (acessado em 19/10/2009)

Considerando a divisão em seis continentes adotada pela Fifa (América do Sul, América do Norte/Central, África, Europa, Ásia e Oceania) e as regras acima descritas, o número de maneiras diferentes de escolher os continentes que sediarão as Copas do Mundo de 2018, 2022 e 2026 é igual a

- (a) 24.
- (b) 64.
- (c) 80.
- (d) 120.
- (e) 216.